

Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение по экономическому образованию

Утверждаю

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь

_____ И.А.Старовойтова

_____ 2021 _____

Регистрационный № ТД- _____/тип.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Типовая учебная программа по учебной дисциплине для специальностей:

1-25 01 03	«Мировая экономика»
1-25 01 04	«Финансы и кредит»
1-25 01 05	«Статистика»
1-25 01 07	«Экономика и управление на предприятии»
1-25 01 08	«Бухгалтерский учет, анализ и аудит (по направлениям)»
1-25 01 09	«Товароведение и экспертиза товаров»
1-25 01 10	«Коммерческая деятельность»
1-25 01 11	«Аудит и ревизия»
1-25 01 12	«Экономическая информатика»
1-25 01 13	«Экономика и управление туристской индустрией»
1-25 01 14	«Товароведение и торговое предпринимательство»
1-25 01 15	«Национальная экономика»
1-25 01 16	«Экономика и управление на рынке недвижимости»
1-26 02 03	«Маркетинг»
1-26 02 05	«Логистика»
1-26 02 06	«Рекламная деятельность»

СОГЛАСОВАНО

Заместитель начальника управления
анализа кредитных проектов Глав-
ного управления регулирования бан-
ковских операций Национального
банка Республики Беларусь

_____ Л.А.Осипова

_____ 2021

СОГЛАСОВАНО

Председатель Учебно-
методического объединения по эко-
номическому образованию

_____ А.В.Егоров

_____ 2021

СОГЛАСОВАНО

Начальник Главного управления
профессионального образования
Министерства образования Республики Бела-
русь

_____ С.А.Касперович

_____ 2021

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической работе
Государственного учреждения образования
«Республиканский институт высшей школы»

_____ И.В.Титович

_____ 2021

Эксперт-нормоконтролер

_____ 2021

Минск 2021

СОСТАВИТЕЛИ:

А.И.Астровский, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор физико-математических наук, профессор;

М.П.Дымков, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», доктор физико-математических наук, профессор;

В.В.Косьянчук, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра методов оптимального управления Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 26.05.2021 г.), Н.М.Дмитрук, заведующий кафедрой, кандидат физико-математических наук, доцент;

О.И. Костюкова, главный научный сотрудник Института математики Национальной Академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»

(протокол №10 от 28.05.2021)

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»

(протокол № _____ от _____)

Президиумом Учебно-методического объединения по экономическому образованию (протокол № _____ от _____)

Ответственный за редакцию: А.И. Астровский

Ответственный за выпуск: А.И. Астровский

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Теория вероятностей – это математическая наука, которая изучает закономерности массовых случайных событий и является теоретической основой для математической статистики. Математическая статистика дает методы анализа и обработки числовых данных, поиска различных видов зависимостей между данными с целью прогнозирования и принятия решений в условиях неопределенностей. Теория вероятностей и математическая статистика служат математической основой для эконометрических исследований, которые широко применяются в экономике и получили заслуженное признание среди специалистов. Ряд нобелевских премий тому подтверждение. Для специалистов по экономике и управлению математика в большей мере является инструментом обработки и анализа информации, принятия решений и управления. Изучение основных математических понятий теории вероятностей позволит будущему специалисту свободно ориентироваться в разнообразных математических моделях и методах.

Как отмечает Л.Д. Кудрявцев (Избранные труды. Т.3. Мысли о современной математике и ее преподавании. – М.: Физматлит, 2008. – С. 325–326) «...естественнонаучное и математическое образование нужно не только для того, чтобы сообщить учащимся определенные сведения по изучаемым предметам, но и потому, что оно способствует пониманию законов, которым подчиняется окружающий нас мир, и, следовательно, формирует мировоззрение учащихся, а поэтому является частью гуманитарного, в широком смысле этого слова, образования, частью общечеловеческой культуры, которая не может быть восполнена изучением чисто гуманитарных дисциплин. Так, например, преподавание математики имеет своей целью не только ознакомление учащихся с математическими понятиями и выработку навыков их использования, но и развивает мышление, учит логически мыслить, отбрасывать то, что несущественно для решения поставленной задачи, воспитывает эстетические чувства и чувство честности перед самим собой. Итак, изучение естественнонаучных дисциплин и математики является необходимым условием для правильного формирования полноценной личности учащегося. Этой цели можно добиться только в том случае, если на предметы естественнонаучного цикла и математику будет отведено достаточное количество часов, необходимых не только для знакомства с понятиями, изучаемыми в этих дисциплинах, но и для овладения ими при помощи решения достаточного количества задач».

Целью учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является ознакомление студентов с математическими понятиями

ми, методами и навыками их использования для решения типовых прикладных задач, а также развитие их логического мышления.

В связи с этим, при изложении учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» на первой ступени высшего экономического образования перед преподавателями ставятся следующие *задачи*:

- рассматривая математическую культуру как часть общечеловеческой культуры, способствовать формированию высоконравственной гражданской позиции студентов, становлению целостной высокоинтеллектуальной личности, способной решать сложные актуальные задачи;
- сформировать социальные качества, необходимые для осознанного участия в общественно-политической жизни страны;
- дать представление о месте математики в системе естественных и экономических наук; о неразрывном единстве прикладной и фундаментальной математики; о преимуществах математического моделирования и его экономической эффективности;
- ознакомить студентов с основными понятиями и методами современной математики и научить студентов применять математические знания при исследовании реальных экономических процессов;
- развить у студентов способности к логическому мышлению;
- воспитать у студентов мотивацию к глубокому изучению математики как языка общения экономистов, без которого невозможно овладеть специальными дисциплинами, необходимыми им в их будущей профессиональной деятельности.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия и теоремы теории вероятностей;
- законы распределения случайных величин;
- методы обработки и анализа статистических данных;

уметь:

- применять вероятностные и статистические методы для решения экономических задач;

владеть:

- методами теории вероятностей и математической статистики при решении математических и экономических задач.

В соответствии с учебными планами для всех перечисленных экономических специальностей для дневной формы получения образования на изучение учебной дисциплины отведено: общее количество часов – 120, из них аудиторных – 58 часов. Распределение по видам занятий: лекций – 28 часов, практических занятий – 30 часов. Форма текущей аттестации – *экзамен*.

В течение семестра предусматривается проведение *трех двухчасовых контрольных работ*.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
		Всего	Лекции	Практические занятия
	Раздел I. Теория вероятностей	38	18	20
1.1	Основные понятия и теоремы теории вероятностей	12	6	6
1.2	Схема повторных независимых испытаний	6	2	4
1.3	Случайные величины и их основные законы распределения	12	6	6
1.4	Закон больших чисел и предельные теоремы	4	2	2
1.5	Многомерные случайные величины	4	2	2
	Раздел II. Математическая статистика	20	10	10
2.1	Основы математической статистики	2	1	1
2.2	Статистическое оценивание	4	2	2
2.3	Проверка статистических гипотез	4	2	2
2.4	Основы дисперсионного анализа	4	2	2
2.5	Корреляционно-регрессионный анализ	6	3	3
	Всего по дисциплине	58	28	30

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Теория вероятностей

1.1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.

Предмет и метод теории вероятностей. Случайные события и операции над ними. Классификация событий. Алгебра событий. Полная группа событий. Частота и вероятность. Классическое определение вероятности. Геометрическое и статистическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Вероятность появления хотя бы одного из n событий, независимых в совокупности. Условная вероятность. Независимость событий. Формула полной вероятности и формула Байеса. Применение стохастического подхода к экономическим задачам.

1.2. Схема повторных независимых испытаний.

Последовательность независимых повторных испытаний (схема Бернулли). Формула Бернулли. Наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Примеры экономических задач, для которых применима схема повторных испытаний Бернулли.

1.3. Случайные величины и их основные законы распределения.

Случайные величины и их классификация. Дискретные и непрерывные величины. Законы распределения случайных величин. Функция распределения случайных величин и ее свойства. Плотность распределения непрерывной случайной величины и ее свойства. Вероятность попадания значений случайной величины в заданный промежуток. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Среднее квадратическое отклонение. Мода и медиана, квантили, децили, начальные и центральные моменты. Асимметрия и эксцесс. Функции случайных величин. Биномиальный закон распределения. Закон Пуассона. Геометрическое и гипергеометрическое распределения. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальный закон распределения. Правило трех сигма и его практическое значение. Функция Лапласа. Распределения «хи – квадрат», Стьюдента и Фишера-Снедекора.

1.4. Закон больших чисел и предельные теоремы.

Неравенства Маркова и Чебышева. Сходимость по вероятности. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема. Нормальное распределение как предельное для биномиального и пуассоновского распределений. Локальная и интегральная теоремы Лапласа как следствие теоремы Ляпунова. Значение закона больших чисел для практики.

1.5. Многомерные случайные величины.

Таблица распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент и его свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Нормальное двумерное распределение.

Раздел II. Математическая статистика

2.1. Основы математической статистики.

Предмет математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Понятие о выборочном методе. Вариационный ряд и его характеристики. Выборочные аналоги функций распределения. Полигон и гистограмма. Среднее арифметическое и его свойства. Выборочная дисперсия и ее свойства. Выборочные начальные и центральные моменты. Асимметрия. Экссесс.

2.2. Статистическое оценивание.

Понятие о точечной оценке числовой характеристики случайной величины, свойства точечной оценки. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. Частость как точечная оценка вероятности события. Методы получения точечных оценок. Интервальное оценивание параметров распределений. Доверительный интервал. Интервальное оценивание генеральной средней, генеральной дисперсии и генеральной доли. Предельная ошибка и необходимый объем выборки.

2.3. Проверка статистических гипотез.

Понятие статистической гипотезы. Основные этапы проверки гипотезы. Уровень значимости и мощность критерия. Проверка гипотез о числовых значениях параметров нормального распределения. Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о равенстве дисперсий двух нормальных распределений. Проверка гипотезы о числовом значении вероятности события. Проверка гипотезы о равенстве вероятностей. Проверка гипотезы о модели закона распределения. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова.

2.4. Основы дисперсионного анализа.

Задача дисперсионного анализа и предварительная обработка результатов наблюдений. Основные понятия дисперсионного анализа. Условия проведения дисперсионного анализа. Критерий Бартлетта. Модель однофакторного дисперсионного анализа. Двухфакторный дисперсионный анализ с одним наблюдением. Модель двухфакторного дисперсионного анализа.

2.5. Корреляционно-регрессионный анализ.

Функциональная, стохастическая и корреляционная зависимости. Модели и основные понятия корреляционного и регрессионного анализа. Функция регрессии. Линейная корреляционная зависимость и линии регрессии. Генеральные и выборочные корреляционные отношения как измерители степени корреляционной и стохастической зависимости. Коэффициент корреляции. Погрешность выборочного линейного уравнения регрессии. Проверка гипотезы о линейности функции регрессии. Примеры нелинейной функции регрессии. Множественная регрессия. Ранговая корреляция. Выборочные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, проверка их значимости.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основной теоретический материал излагается на лекциях и закрепляется на практических занятиях. Текущий контроль осуществляется путем опроса на практических занятиях, проведения самостоятельных и выполнения индивидуальных заданий. В течение семестра предусматривается проведение *трех двухчасовых контрольных работ*. Итоговый контроль осуществляется в виде *семестровых экзаменов*.

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. Рекомендуется бюджет времени для самостоятельной работы в среднем 2-2,5 часа на 2-х часовое аудиторное занятие.

Основными направлениями самостоятельной работы студента являются:

- первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;
- ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличие ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;
- изучение и расширение лекционного материала преподавателя за счет специальной литературы, консультаций;
- подготовка к семинарским (практическим) занятиям по специально разработанным планам с изучением основной и дополнительной литературы;
- подготовка к выполнению диагностических форм контроля (тесты, коллоквиумы, контрольные работы и т.п.);
- подготовка к тестам, зачетам и экзаменам.

Литература

Основная:

1. Матальцкий, М.А. Теория вероятностей и математическая статистика / М.А. Матальцкий, Г.А. Хацкевич; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: Вышэйшая школа, 2017. – 591, [1] с.: ил.
2. Дубатовская, М.В. Теория вероятностей: учебно-методическое пособие для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальностям I ступени получения высшего образования 1 25 01 01 «Экономическая теория», 1 25 01 02 «Экономика» / [М.А. Дубатовская и др.]; Бел. гос. ун-т. – Минск: БГУ, 2016. – 125, [1] с.: ил.

Дополнительная:

1. Высшая математика для экономистов. Теория вероятностей в экономике. Методы оптимизации и экономические модели: учебник: Т.2 / [И.В. Гайшун и др.]. – Минск: БГЭУ, 2005. – 623, [1] с.: ил.
2. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / Н.Ш. Кремер, М-во образования РФ. – Москва: ЮНИТИ – ДАНА, 2001. – 543, [1] с.: ил.
3. Харин, Ю.С. Теория вероятностей, математическая и прикладная статистики / Ю.С. Харин, Н.М. Зуев, Е.Е. Жук – Минск: Высшая школа, 2011. – , [1] с.: ил.
4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для бакалавров: для студентов вузов / В.Е. Гмурман, М-во образования РФ, 12-е изд. – Москва: Юрайт, 2013. – 478, [1] с.
5. Мацкевич, И.П. Высшая математика: теория вероятностей и математическая статистика: учебник / И.П. Мацкевич, Г.П. Свирид. – Минск: Высш. школа, 1993. – 269, [1] с.: ил.
6. Белько, И.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Примеры и задачи / И.В. Белько, Г.П. Свирид. – Минск: Новое знание, 2002. – 250, [1] с.: ил.
7. Барковская, Л.С. Теория вероятностей. Практикум. 2-е изд., переработанное и дополненное / Л.С. Барковская, Л.В. Станишевская, Ю.Н. Черторицкий; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: БГЭУ, 2005. – 142, [1] с.: ил.
8. Станишевская, Л.В. Математическая статистика. Практикум / Л.В. Станишевская, Ю.Н. Черторицкий; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: БГЭУ, 2006. – 174, [1] с.: ил.
9. Белорусский путь развития (вопросы и ответы): справочник / [М.Г. Жилинский и др.]. – Минск: Академия управления при Президенте Республики Беларусь, 2017. – 184 с.